

Министерство просвещения Российской Федерации

ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ
И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ

имени В.С. ЛЕДНЕВА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

ТРУДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ

7–9 классы

МОСКВА
2025

Содержание

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА....3
СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ....10
7 КЛАСС....10
8 КЛАСС....11
9 КЛАСС....14
ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «ТРУДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ» 18
ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ 18
МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ....20
ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ 23
ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 33
7 КЛАСС....33
8 КЛАСС....37
9 КЛАСС....41

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Трудные вопросы математики. 7–9 классы» (далее – Программа) включает пояснительную записку, содержание обучения, планируемые результаты освоения программы, тематическое планирование.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Общая характеристика курса

Настоящая рабочая программа курса внеурочной деятельности «Трудные вопросы математики. 7–9 классы» разработана в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (далее – ФГОС ООО) и направлена на организацию обучения математическому содержанию, выходящему за рамки Федеральной рабочей программы по учебному предмету «Математика» (базовый уровень) основного общего образования (далее – ФРП), с учетом использования видов деятельности обучающихся, отличных от урочных.

При разработке Программы учитывались следующие документы:

– письмо Министерства просвещения Российской Федерации от 5 июля 2022 г. № ТВ-1290/03 «О направлении методических рекомендаций» по организации внеурочной деятельности в рамках реализации обновленных федеральных государственных образовательных стандартов начального общего и основного общего образования;

– распоряжение Правительства Российской Федерации от 19 ноября 2024 г. № 3333-р «Об утверждении комплексного плана мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года».

Актуальность курса

В условиях реализации такой стратегической задачи, как достижение технологического суверенитета страны, перед математическим образованием в числе главных поставлены следующие цели: развитие творческих

и исследовательских способностей обучающихся, их подготовка в процессе обучения математике к выбору профессий, связанных с развитием точных и естественных наук и технологий. Как важный количественный показатель повышения интереса к математике выделяется рост количества выпускников, выбирающих на государственной итоговой аттестации экзамен по математике на профильном уровне.

Освоение предлагаемой Программы способствует повышению у обучающихся уровня мотивации к изучению математики, к продолжению изучения математики в 10–11 классах на углубленном уровне и ориентирует на выбор единого государственного экзамена по математике профильного уровня. Кроме того, освоение предлагаемого в Программе содержания позволяет расширить круг решаемых математических задач за счет включения проблемных, нестандартных задач, задач прикладного характера, выполнения исследовательских работ, в том числе с межпредметным содержанием, изучения дополнительных вопросов как теоретического, так и практического характера.

Предусмотренные Программой виды деятельности – индивидуальная и групповая проектная и исследовательская деятельность – способствуют развитию познавательных, регулятивных и коммуникативных умений обучающихся. Программа соответствует идее расширения прикладной направленности курса математики на уровне основного общего образования. Реализация курса способствует выявлению талантливых и одаренных обучающихся, поддержке их талантов и развитию способностей.

В большинстве тем курса предполагается выполнение исследовательских работ. Учебное исследование по математике в 7–9 классах предполагает получение *субъективно* нового для обучающегося результата и направлено на формирование исследовательских умений: выделение проблемы, организация и анализ данных, выдвижение гипотезы, проверка гипотезы, формулирование выводов и представление результатов на грамотном математическом языке.

Программа может быть востребована обучающимися, которые имеют интерес к изучению математики, готовятся к участию в олимпиадах школьников

по математике и углубленному изучению математики на уровне среднего общего образования.

Цель и задачи курса

Реализация внеурочной деятельности является неотъемлемой частью образовательного процесса, обеспечивая в том числе возможность формирования образовательных программ различного уровня сложности и направленности с учетом образовательных потребностей и способностей обучающихся, включая одаренных детей.

Цель Программы – обеспечить индивидуальные потребности обучающихся в изучении содержания математики, выходящего за рамки программы базового уровня.

Задачи курса:

1. Повышение уровня математической подготовки обучающихся, развитие устойчивого интереса к учебному предмету «Математика».

2. Развитие творческих способностей, пространственного воображения, теоретического мышления и математической интуиции, умений рассуждать логически и анализировать ситуации.

3. Углубление и закрепление базовых знаний, формирование устойчивых навыков решения нестандартных и олимпиадных задач, освоение нестандартных подходов и оригинальных решений.

4. Ознакомление с дополнительными разделами математики, выходящими за рамки базового курса.

5. Воспитание самостоятельности, настойчивости и организованности в ходе решения сложных задач.

6. Развитие навыков командной работы, дружеского соперничества и здоровой конкуренции среди сверстников.

7. Подготовка обучающихся к участию в школьных, районных, городских, региональных, всероссийских олимпиадах, конкурсах и соревнованиях по математике.

8. Повышение уровня грамотности в области использования «математических пакетов», обеспечивающих автоматизацию процессов поиска, анализа, обработки, создания, передачи, формализации (в виде статических и динамических графиков, диаграмм и прочих визуализаций результатов анализа и математических закономерностей) в процессе учебной деятельности при изучении математики.

9. Развитие творческих способностей, теоретического мышления на основе использования цифровых инструментов (в том числе «математических пакетов») в области моделирования, имитации и интерпретации абстрактных математических объектов и образов в виде различных визуализаций (в том числе пространственных объектов).

Программа разработана с учетом рекомендаций федеральной рабочей программы воспитания. В частности, она учитывает психолого-педагогические особенности соответствующей возрастной категории обучающихся.

Таким образом, реализация Программы содействует получению следующих результатов:

– достижение обучающимися планируемых личностных, метапредметных и предметных результатов, в т. ч. соответствующих углубленному уровню изучения математики;

– развитие личности обучающихся, формированию и удовлетворению их социально значимых интересов и потребностей;

– самореализация обучающихся через участие во внеурочной деятельности.

Место курса в образовательном процессе

Во ФГОС ООО для обязательного обучения утверждены два уровня освоения рабочих программ по математике: базовый и углубленный, начиная с 7 класса. Содержание программы по математике (углубленный уровень) направлено на удовлетворение повышенных запросов обучающихся, стремящихся к более глубокому освоению предметных результатов. Программа

курса внеурочной деятельности «Трудные вопросы математики» направлена на расширение знаний обучающихся по математике для классов с обязательным базовым уровнем обучения математике.

Тематическое планирование в программе курса внеурочной деятельности «Трудные вопросы математики» составлено так, что распределение содержательных разделов в нем синхронизировано с обязательной программой базового уровня. Реализация содержания предлагается в формах, отличных от урочных. Следует отметить, что данный курс в основной школе выстраивается не только на расширении математического содержания базового уровня, но и на повышении уровня сложности задач, предлагаемых для решения.

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Трудные вопросы математики» предназначена для реализации в 7–9 классах и направлена на достижение обучающимися планируемых результатов. Последовательность изучения тем курса совпадает по времени с изучением курса математики (алгебры и геометрии) основной школы базового уровня, все темы по возможности синхронизированы с базовым курсом математики по классам. Темы по алгебре и геометрии чередуются, что позволяет максимально приблизить их по времени изучения к освоению базового курса.

При реализации Программы первая задача учителя состоит в том, чтобы создать необходимые условия для приобретения и развития умений, связанных с проведением исследований на математическом содержании. Для решения этой задачи в Программе обозначено место и сформулированы темы для проведения исследовательских работ.

Вторая задача учителя по реализации Программы связана с возможностью создать условия для обработки и представления информации научного содержания (в том числе с использованием цифровых инструментов) при организации индивидуальной и групповой проектной деятельности. Для успешной реализации сценариев проектов рекомендуется использовать персональные компьютеры с установленными офисными программами

и доступом к сети Интернет (как минимум один компьютер для каждой группы).

Формы деятельности обучающихся предусматривают активность и самостоятельность, сочетают индивидуальную и групповую работу, отличаются от урочных более широким использованием исследовательской и проектной деятельности, решением нестандартных задач и др. Структурирование тематического планирования в Программе соответствует порядку изучения разделов и тем алгебры и геометрии в основной школе и тем самым обеспечивает преемственность урочной и внеурочной деятельности.

Реализация Программы предполагает сочетание различных форм групповой работы (дискуссия; математическое соревнование; практикум; выбор темы проекта, планирование работ, распределение ролей, взаимооценка при выполнении групповых проектов и исследований) и индивидуальной работы (выполнение индивидуального исследования, в том числе с использованием цифровых инструментов; проведение устного обоснования при решении нестандартных задач, задач повышенного уровня сложности; построение математических моделей, их исследование; интерпретация полученных результатов при решении задач с межпредметным и практическим содержанием; поиск, интерпретация, преобразование и применение математической информации; самостоятельное открытие нового математического факта). Использование таких форм работы помогает развивать у обучающихся, с одной стороны, навыки восприятия новой информации при различных формах ее подачи, а с другой стороны – активность, самостоятельность и способность к творчеству. Освоение Программы должно дополнять и развивать знания и умения обучающихся в области математики, ориентировать их на обучение в средней школе в классах, предусматривающих освоение математики на углубленном уровне, в частности технологического профиля, а также способствовать социальному формированию личности обучающихся.

Программа курса рассчитана на 204 часа в течение трех лет обучения в 7–9 классах (68 часов в каждом классе) при проведении занятий один раз в неделю по 2 академических часа каждое или два раза в неделю по 1 академическому часу каждое. Целесообразным является чередование тем занятий с алгебраическим и геометрическим содержанием.

В зависимости от конкретных условий реализации Программы и количества обучающихся допускается формирование групп из обучающихся разных классов в пределах одной параллели. Программа может реализовываться образовательной организацией самостоятельно либо на основе взаимодействия с другими организациями, осуществляющими образовательную деятельность.

По усмотрению учителя некоторые занятия могут быть исключены или заменены. Рекомендуется включить в Программу региональный компонент: экскурсии на предприятия, в региональные музеи, вузы технической направленности для повышения интереса обучающихся к практическому изучению профессий, связанных с математикой.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Элементы истории. Общие понятия геометрии. Основные фигуры

История возникновения и развития геометрии. Понятия: аксиома, теорема, свойство, признак, доказательство, определение. Инструменты для измерений и построений. Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками. Взаимное расположение прямых. Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках.

Числа и вычисления. Делимость

Признаки делимости: формулировка и доказательство. Решение задач повышенной сложности на делимость. Решение сюжетных задач арифметическим методом.

Исследовательская работа: делимость и ее свойства.

Алгебраические выражения

Степени, многочлены, преобразование многочленов, действия с многочленами. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Корни многочлена. Нахождение корней многочлена. Доказательство тождеств. Разные подходы к доказательству тождеств.

Исследовательская работа: как найти корень многочлена?

Треугольники. Признаки равенства треугольников

Треугольники. Равные треугольники в геометрических конфигурациях. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная.

Уравнения и системы уравнений

Линейные уравнения и их системы. Определение числа корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений, содержащих знак модуля. Решение линейных уравнений с параметрами. Решение систем линейных уравнений разными методами.

Исследовательская работа: линейные уравнения, содержащие знак модуля. Построения с помощью циркуля и линейки Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой.

Осевая симметрия

Фигуры с осевой симметрией. Примеры симметрии в окружающем мире. *Проект:* симметрия в окружающем мире.

Многоугольники и геометрические неравенства

Сумма внутренних углов многоугольника и внешних углов выпуклого многоугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной. Неравенство между перпендикуляром и наклонной. Расстояние от точки до прямой.

Исследовательская работа: геометрические неравенства.

Функции

Поиск области определения и множества значений функции. Использование различных способов задания функции. Использование свойств функций для анализа графиков реальных зависимостей (нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, наибольшее и наименьшее значения функции). Графики, кусочно-заданные функции.

Исследовательская работа: сравнение свойств функции и их графиков в зависимости от параметров.

Геометрические места точек

Взаимное расположение окружности и прямой. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач.

8 КЛАСС

Числа и вычисления

Квадратный корень. Выполнение операций с иррациональными числами.

Алгебраические выражения

Дробно-рациональные выражения. Степени. Выполнение тождественных преобразований рациональных выражений.

Центральная симметрия

Формулировка определения и доказательство свойств центрально-симметричных фигур.

Деление отрезка на равные части с помощью циркуля и линейки.

Исследовательская работа: свойства центрально-симметричных фигур.

Проект: центральная симметрия в окружающем мире.

Четырёхугольники

Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Трапеция. Равнобедренная трапеция, её свойства и признаки. Средняя линия треугольника и средняя линия трапеции. Свойства и признаки специальных видов четырёхугольников.

Исследовательская работа: знакомые и незнакомые четырёхугольники.

Уравнения и неравенства

Определение равносильных уравнений. Применение свойств уравнений с одной переменной. Определение количества действительных корней квадратного уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений, сводящихся к линейным или к квадратным уравнениям, использование метода замены переменной. Решение текстовых задач алгебраическим способом: переход от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения; решение составленного уравнения; интерпретация результата. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными.

Решение систем уравнений, в которых одно из уравнений не является линейным. Графическая интерпретация решения уравнения с двумя переменными и систем уравнений с двумя переменными. Решение нелинейных неравенств и их систем. Решение неравенств, содержащих знак модуля.

Изображение решения неравенства с одной переменной и системы неравенств на координатной прямой, запись решения с помощью символов. Неравенство с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

Исследовательская работа: равносильность и следствие.

Исследовательская работа: графическая интерпретация уравнений с двумя переменными.

Исследовательская работа: графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

Преобразование подобия

Преобразование подобия и подобные фигуры. Соотношения в подобных фигурах.

Исследовательская работа: что такое фрактал?

Доказательства неравенств

Оценка значения выражения с использованием неравенств.

Применение свойств неравенств в ходе решения задач.

Определение равносильных неравенств.

Доказательство неравенств.

Решение текстовых задач с помощью линейных неравенств с одной переменной.

Исследовательская работа: линейное неравенство с одной переменной с параметром.

Прямоугольные треугольники

Теорема Пифагора и её применение при решении практических задач. Доказательство соотношений между пропорциональными отрезками в прямоугольном треугольнике (высота, проведённая из вершины прямого угла; метрические соотношения). Применение соотношений при решении геометрических задач. Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника (синус, косинус, тангенс, котангенс). Значения

тригонометрических функций для углов 30°, 45°, 60°. Решение задач с использованием тригонометрических функций.

Практикум: решение практико-ориентированных задач.

Математическое соревнование: решение задач разными методами.

Функции

Поиск области определения и множества значений функции. График функции k/x. Функция вида $(ax + b)/(cx + d)$.

Числа и вычисления: делимость

Формулировка определения делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю. Выполнение деления с остатком. Доказательство и применение свойств сравнений по модулю. Нахождение остатков суммы и произведения по данному модулю.

Исследовательская работа: делимость.

9 КЛАСС

Уравнения и неравенства

Биквадратные уравнения. Методы равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней. Решение неравенств, содержащих знак модуля. Неравенство с двумя переменными. Применение графического метода решения систем неравенств с двумя переменными. Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств. Построение графиков уравнений, в том числе с использованием цифровых ресурсов. Приводить графическую интерпретацию решения уравнения с двумя переменными и систем уравнений с двумя переменными. Исследование систем нелинейных уравнений с параметром. Решение неравенств с двумя переменными и их систем.

Исследовательские работы: решение задач с параметрами – алгебраическим методом; графическим методом.

Решение треугольников

Теорема синусов и теорема косинусов, их применение при решении треугольников и практических задач. Соотношения между тригонометрическими функциями. Простейшие формулы приведения, выводимые из геометрических соображений. Нахождение радиуса описанной окружности. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырёхугольника.

Практикум: решение геометрических и практико-ориентированных задач разными методами.

Алгебраические выражения

Степень с рациональным показателем.

Определение корня n-й степени и степени с рациональным показателем.

Применение операции извлечения корня n-й степени, используя при необходимости калькулятор. Вычисление значения степени с рациональным показателем. Оценка значений корня n-й степени, значение степени с рациональным показателем целыми числами и десятичными дробями. Сравнение и упорядочивание рациональных и иррациональных чисел, записанных с помощью корня n-й степени, степени с рациональным показателем. Выполнение тождественных преобразований выражений, содержащих корень n-й степени, степень с рациональным показателем.

Подобие треугольников

Теоремы о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной, теоремы Чевы и Менелая. Исследование, в том числе с помощью цифровых ресурсов, изучаемых конфигураций. Применение данных теорем при решении геометрических задач. Знакомство с понятием гомотетии, с его применением, в том числе в практических ситуациях.

Исследовательская работа (с использованием программных средств): гомотетия и ее свойства.

Функции

Понятие «функция». Применение свойств функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции при решении задач. Построение графиков функций с помощью преобразований вида:

$$f(x) \to f(x) + a; f(x) \to f(x + a); f(x) \to kf(x), f(x) \to f(|x|), f(x) \to |f(x)|.$$

Распознавание степенных функций и построение эскизов графиков степенных функций с натуральными показателями разной четности. Использование свойств графиков степенных функций с натуральными показателями при решении задач. Построение графиков функций $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$.

Исследовательская работа: поведение функции и ее графика в зависимости от параметра.

Метод координат

Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент).

Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах, исследование приложения метода координат в вычислительной математике и информатике.

Исследовательская работа: решение практико-ориентированной геометрической задачи методом координат.

Правильные многоугольники. Окружность и многоугольники

Понятие правильного многоугольника. Формулы для вычисления элементов правильных многоугольников (сторона, радиус вписанной и описанной окружностей). Вывод формул длины окружности и площади круга. Длина дуги окружности, радианная мера угла. Площадь круга и площадь

кругового сектора. Вычисление периметров и площадей сложных фигур, включающих элементы круга.

Самостоятельное открытие: как найти периметр и площадь сложной фигуры?

Практикум: решение задач повышенной сложности.

Числовые последовательности и прогрессии

Определение видов последовательностей: ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Представление бесконечных периодических дробей в виде обыкновенных. Знакомство с понятием сходимости последовательности, нахождение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Применение метода математической индукции.

Исследовательская работа: поведение последовательностей – от гипотезы до доказательства.

Движения плоскости

Центральная симметрия. Центрально-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос. Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в решении геометрических задач.

Исследовательская работа (с использованием программных средств): композиция движений.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «ТРУДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ»

Реализация программы курса внеурочной деятельности «Трудные вопросы математики» направлена на обеспечение достижения обучающимися личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов.

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ в части:

– патриотического воспитания: проявление интереса к прошлому и настоящему российской математики; ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

– гражданского и духовно-нравственного воспитания: готовность к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав; представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовность к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки; осознание важности морально-этических принципов в деятельности ученого;

– трудового воспитания: установка на активное участие в решении практических задач математической направленности; осознание важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитие необходимых умений; осознанный выбор и построение индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учетом личных интересов и общественных потребностей;

– эстетического воспитания: способность к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умение видеть математические закономерности в искусстве;

– ценности научного познания: ориентация в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях

развития человека, природы и общества; понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов ее развития и значимости для развития цивилизации; овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладение навыками исследовательской деятельности;

– физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия: готовность применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированность навыка рефлексии, признание своего права на ошибку и такого же права другого человека;

– экологического воспитания: ориентация на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды; планирование поступков и оценка их возможных последствий для окружающей среды; осознание глобального характера экологических проблем и путей их решения;

– адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды: готовность к действиям в условиях неопределенности, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимость формировать новые знания, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать свое развитие; способность осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт;

– воспитания информационной культуры: проявление интереса к использованию цифровых технологий для оптимизации процессов поиска,

анализа, обработки, создания, передачи математической информации и визуализаций математических обобщений и результатов анализа; готовность к использованию цифровых инструментов для выполнения учебной деятельности при изучении математики; способность применять цифровые инструменты в условиях реализации мер по предупреждению возможных негативных последствий активного и систематического применения цифровых технологий в учебных целях.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

– выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

– воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

– выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

– делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

– разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, применять метод математической индукции, обосновывать собственные рассуждения;

– выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

– использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

– проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

– самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, исследования, эксперимента, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

– прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

– выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

– выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

– выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

– оценивать надежность информации по критериям, предложенным или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

– воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

– в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения,

сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

– представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории;

– понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

– участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество результата и качество своего вклада в общий результат по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

– выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях, ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, групповое);

– самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учетом новой информации.

Самоконтроль:

– владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии;

– предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

– оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретенному опыту.

Эмоциональный интеллект:

– выражать эмоции при изучении математических объектов и фактов, давать эмоциональную оценку решения задачи.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **7 классе**:

Использовать понятия множества натуральных чисел, множества целых чисел, множества рациональных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

Понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа.

Выполнять, сочетая устные и письменные приемы, арифметические действия с рациональными числами, использовать свойства чисел и правила действий, приемы рациональных вычислений.

Выполнять действия со степенями с натуральными показателями.

Находить значения числовых выражений, содержащих рациональные числа и степени с натуральным показателем, применять разнообразные способы и приемы вычисления, составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Округлять числа с заданной точностью, а также по смыслу практической ситуации, выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений, в том числе при решении практических задач.

Решать текстовые задачи арифметическим способом, использовать таблицы, схемы, чертежи, другие средства представления данных при решении задач.

Доказывать и применять при решении задач признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел.

Применять признаки делимости на 7 и 13.

Раскладывать на множители натуральные числа.

Свободно оперировать понятиями: четное число, нечетное число, взаимно простые числа.

Находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел и использовать их при решении задач, применять алгоритм Евклида.

Оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю.

Использовать алгебраическую терминологию и символику, применять ее в процессе освоения учебного материала.

Использовать понятие тождества, выполнять тождественные преобразования выражений, доказывать тождества.

Выполнять действия (сложение, вычитание, умножение) с одночленами и с многочленами, применять формулы сокращенного умножения (квадрат и куб суммы, квадрат и куб разности, разность квадратов, сумма и разность кубов), в том числе для упрощения вычислений.

Составлять и решать линейное уравнение или систему линейных уравнений по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Строить графики линейных функций. Строить график функции $y = |x|$.

Описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объем работы.

Находить значение функции по значению ее аргумента.

Понимать графический способ представления и анализа информации, извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

Использовать свойства функций для анализа графиков реальных зависимостей (нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, наибольшее и наименьшее значения функции).

Использовать графики для исследования процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Делать прикидку и оценку линейных и угловых величин предметов в реальной жизни, размеров природных объектов.

Владеть понятием «геометрическое место точек» (ГМТ). Определять биссектрису угла и серединный перпендикуляр к отрезку как ГМТ. Пользоваться понятием ГМТ при доказательстве геометрических утверждений и при решении задач.

Владеть понятием касательной к окружности, пользоваться теоремой о перпендикулярности касательной и радиуса, проведенного к точке касания. Доказывать равенство отрезков касательных к окружности, проведенных из одной точки, и применять это в решении геометрических задач.

Доказывать и применять простейшие геометрические неравенства, понимать их практический смысл.

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **8 классе**:

Понимать и использовать представления о расширении числовых множеств.

Свободно оперировать понятиями: квадратный корень, арифметический квадратный корень, иррациональное число, находить, оценивать квадратные корни, используя при необходимости калькулятор, выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.

Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений, изображать действительные числа точками на координатной прямой.

Использовать записи больших и малых чисел с помощью десятичных дробей и степеней числа 10, записывать и округлять числовые значения реальных величин с использованием разных систем измерений.

Свободно оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю, находить остатки суммы и произведения по данному модулю.

Находить допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях.

Применять основное свойство рациональной дроби.

Выполнять приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей.

Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений.

Применять преобразования выражений для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Применять понятие степени с целым показателем, выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем.

Находить допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни.

Выполнять преобразования иррациональных выражений, используя свойства корней.

Решать дробно-рациональные уравнения.

Решать линейные уравнения с параметрами, несложные системы линейных уравнений с параметрами.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Переходить от словесной формулировки задачи к ее алгебраической модели с помощью составления уравнения или системы уравнений, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Применять свойства числовых неравенств для сравнения, оценки, решать линейные неравенства с одной переменной и их системы, давать графическую иллюстрацию множества решений неравенства, системы неравенств. Доказывать неравенства.

Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по ее графику.

Строить графики функций, описывать свойства числовой функции по ее графику.

Распознавать основные виды четырехугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач. Различать признаки и свойства параллелограмма, ромба и прямоугольника, доказывать их и уверенно применять при решении геометрических задач.

Распознавать центрально-симметричные фигуры и использовать их свойства при решении задач.

Владеть понятиями подобия треугольников, коэффициента подобия, соответственных элементов подобных треугольников. Иметь представление о преобразовании подобия и о подобных фигурах. Пользоваться признаками подобия треугольников при решении геометрических задач. Доказывать и применять отношения пропорциональности в прямоугольных треугольниках. Доказывать и применять теорему Фалеса. Применять подобие в практических задачах.

Выводить и использовать простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо, калькулятором). Применять метод площадей для решения

задач. Знать отношение площадей подобных фигур и применять при решении задач. Применять полученные умения в практических задачах.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в **9 классе**:

Свободно оперировать понятиями: корень *n*-й степени, степень с рациональным показателем, находить корень *n*-й степени, степень с рациональным показателем, используя при необходимости калькулятор, применять свойства корня *n*-й степени, степени с рациональным показателем.

Использовать понятие множества действительных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

Сравнивать и упорядочивать действительные числа, округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.

Свободно оперировать понятием квадратного трехчлена, находить корни квадратного трехчлена.

Раскладывать квадратный трехчлен на линейные множители.

Решать несложные квадратные уравнения с параметром.

Решать несложные системы нелинейных уравнений с параметром.

Решать уравнения, неравенства и их системы, в том числе с ограничениями, например в целых числах.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Решать текстовые задачи алгебраическим способом.

Использовать уравнения, неравенства и их системы для составления математической модели реальной ситуации или прикладной задачи, интерпретировать полученные результаты в заданном контексте.

Свободно оперировать понятиями: зависимость, функция, график функции, прямая пропорциональность, линейная функция, обратная пропорциональность, парабола, гипербола, кусочно-заданная функция.

Исследовать функцию по ее графику, устанавливать свойства функций: область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, четность и нечетность, наибольшее и наименьшее значения, асимптоты.

Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии.

Определять положение графика квадратичной функции в зависимости от ее коэффициентов.

Строить график квадратичной функции, описывать свойства квадратичной функции по ее графику.

Использовать свойства квадратичной функции для решения задач.

На примере квадратичной функции строить график функции $y = af(kx + b) + c$ с помощью преобразований графика функции $y=f(x)$.

Иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам.

Свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Задавать последовательности разными способами: описательным, табличным, с помощью формулы n-го члена, рекуррентным.

Выполнять вычисления с использованием формул n-го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).

Распознавать и приводить примеры конечных и бесконечных последовательностей, ограниченных последовательностей, монотонно возрастающих (убывающих) последовательностей.

Иметь представление о сходимости последовательности, уметь находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Применять метод математической индукции при решении задач.

Доказывать теорему синусов и теорему косинусов, применять их для нахождения различных элементов треугольника («решение треугольников»), при решении геометрических задач. Применять полученные знания при решении практических задач.

Применять тригонометрию в задачах на нахождение площади, выводить и владеть тригонометрическими формулами для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, выводить и применять формулу Герона и формулу для площади выпуклого четырехугольника.

Иметь представление о гомотетии, применять в практических ситуациях.

Использовать теоремы Чевы и Менелая при решении задач.

Использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач. Доказывать и применять теоремы о произведении отрезков хорд, о произведении отрезков секущих, о квадрате касательной.

Владеть понятием координат на плоскости, работать с уравнением прямой на плоскости. Владеть понятиями углового коэффициента и свободного члена, понимать их геометрический смысл и связь углового коэффициента с возрастанием и убыванием линейной функции. Уметь решать методом координат задачи, связанные с параллельностью и перпендикулярностью прямых, пересечением прямых, нахождением точек пересечения.

Выводить и владеть уравнением окружности. Использовать метод координат для нахождения пересечений окружностей и прямых. Владеть формулами расстояния от точки до прямой, площади параллелограмма в координатах, иметь понятие об ориентированной площади. Пользоваться методом координат на плоскости, применять его при решении геометрических и практических задач. Применять метод координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

Владеть понятием вектора. Уметь складывать и вычитать векторы, умножать на число, владеть правилами треугольника и параллелограмма. Владеть практическими интерпретациями векторов. Уверенно пользоваться координатами вектора. Владеть сложением и вычитанием векторов, умножением вектора на число в координатах.

Иметь представление о базисе (на плоскости). Раскладывать векторы по базису. Раскладывать векторы сил с помощью проецирования и тригонометрических соотношений. Применять полученные знания в простейших физических задачах.

Владеть понятием скалярного произведения векторов, понимать его геометрический смысл и уверенно пользоваться его выражением в декартовых координатах. Знать дистрибутивность скалярного произведения и его связь с проецированием. Применять скалярное произведение векторов для нахождения длин и углов. Решать геометрические задачи с помощью скалярного произведения. Использовать скалярное произведение векторов в алгебраических и физических задачах.

Владеть понятиями правильного многоугольника, длины окружности, длины дуги окружности и радианной меры угла, вычислять площадь круга и его частей. Понимать смысл числа π. Применять полученные умения при решении практических задач. Знать исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

Иметь представление о преобразовании плоскости, о движениях. Находить оси, центры симметрии фигур, центры поворота, находить композиции

простейших преобразований. Применять движения плоскости при решении геометрических задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрических функций (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
1	Элементы истории. Общие понятия геометрии. Основные фигуры.	10	История возникновения и развития геометрии. Понятия: аксиома, теорема, свойство, признак, доказательство, определение. Инструменты для измерений и построений. Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками. Взаимное расположение прямых. Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках	**Семинар:** из истории возникновения и развития геометрии. **Мини-исследование**: что такое, теорема, свойство, признак, доказательство, определение.
2	Числа и вычисления. Делимость. Сюжетные задачи	8	Делимость и её свойства. Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Признаки делимости на 7, 13 (универсальный способ). Решение задач повышенной сложности. Решение задач на делимость.	**Исследовательская работа**: делимость и ее свойства. **Дискуссия:** соотнесение типа задачи и модели. Сравнение арифметического и алгебраического метода решения задач; достоинства и недостатки.

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			Арифметический метод решения сюжетных задач	**Математическое соревнование** – решение сюжетных задач разными методами
3	Треугольники. Признаки равенства треугольников	6	Треугольники. Равные треугольники в геометрических конфигурациях. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная	**Практикум** по решению задач. **Исследование**: равные треугольники в геометрических конфигурациях
4	Алгебраические выражения	10	Представление зависимости между величинами в виде формулы. Степени, многочлены, преобразование многочленов, действия с многочленами. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Корни многочлена. Нахождение корней многочлена. Доказательство тождеств. Разные подходы к доказательству тождеств	**Практикум** по решению практико-ориентированных задач на нахождение неизвестных величин с применением формул. **Исследовательская работа:** как найти корень многочлена?
5	Треугольники, и геометрические неравенства	4	Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной. Неравенство между перпендикуляром и наклонной.	**Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): геометрические неравенства. **Практикум** по решению практико-ориен-тированных задач. **Моделирование** с помощью

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			Расстояние от точки до прямой	программных средств
6	Уравнения и системы уравнений	6	Равносильность уравнений Линейные уравнения и их системы. Определение числа корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений, содержащих знак модуля. Решение линейных уравнений с параметрами. Решение систем линейных уравнений разными методами	**Самостоятельное открытие**: линейные уравнения и неравенства с параметрами и их системы. **Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): линейные уравнения, содержащие знак модуля. **Практикум** по решению задач: от простого к сложному — решение систем линейных уравнений разными методами. Математическое **соревнование** – решение математических задач по теме
7	Осевая симметрия	4	Фигуры с осевой симметрией. Примеры симметрии в окружающем мире	**Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»). **Построение моделей** (в том числе с использованием «математических пакетов»). **Проект**: симметрия в окружающем мире
8	Многоугольники. Окружность.	6	Сумма внутренних углов многоугольника и сумма внешних углов выпуклого многоугольника. Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол.	**Практикум** по решению практико-ориентированных задач. **Исследовательская работа:** взаимное расположение окружности и прямой.
9	Функции	8	Поиск области определения и множества значений функции. Использование различных способов задания функции. Использование	**Исследовательская работа** (с использованием «математических пакетов»): в том числе сравнение свойств функции и их графиков в зависимости от параметров

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			свойств функций для анализа графиков реальных зависимостей (нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, наибольшее и наименьшее значения функции). Графики, кусочно-заданные функции	
10	Геометрические места точек	6	Взаимное расположение окружности и прямой. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач	**Практикум:** практико-ориентированные задачи на взаимное расположение окружности и прямой. **Самостоятельное открытие**: что такое ГМТ? **Практикум** по решению задач на ГМТ
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		**68**		

8 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
1	Числа и вычисления (квадратные корни, иррациональные числа, степени)	10	Квадратный корень. Выполнение операций с иррациональными числами. Точность приближения иррационального числа при решении задач. Округление иррациональных чисел, прикидка результата вычислений.	**Практикум** по решению задач: от простого к сложному. **Исследовательская работа**. Квадратные корни.
2	Алгебраические выражения	4	Дробно-рациональные выражения. Степени. Выполнение тождественных преобразований рациональных выражений	**Практикум** по решению задач: от простого к сложному
3	Четырехугольники	8	Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Трапеция. Равнобедренная трапеция, её свойства и признаки	**Практикум** по решению задач: от простого к сложному. **Исследовательская работа**. Знакомые незнакомые четырехугольники
4	Уравнения и неравенства	12	Квадратные уравнения. Определение равносильных уравнений. Применение свойств уравнений с одной переменной. Определение количества действительных корней квадратного уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений, сводящихся к линейным или к квадратным уравнениям, использование метода замены переменной.	**Исследовательская работа:** равносильность и следствие. **Практикум** по решению сюжетных задач. **Практикум** по решению задач: от простого к сложному – дробно-рациональные уравнения. **Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): графическая интерпретация уравнений с двумя

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			Решение текстовых задач алгебраическим способом: переход от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения; решение составленного уравнения; интерпретация результата. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными	переменными. **Моделирование** различных ситуаций
5	Центрально-симметричные фигуры. Пропорциональные отрезки. Подобие. Преобразование подобия. Площади.	6	Формулировка определения и доказательство свойств центрально-симметричных фигур. Средняя линия треугольника. Средняя линия трапеции. Теорема Фалеса. Пропорциональные отрезки. Введение понятия преобразования подобия и подобных фигур. Соотношения в подобных фигурах. Задачи на нахождение площади с использованием разбиения на части и достраивание. Метод площадей.	**Самостоятельное открытие**: что такое преобразование подобия? **Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): что такое фрактал? **Практикум** по решению задач
6	Доказательства неравенств	4	Оценка значения выражения с использованием неравенств. Применение свойств неравенств в ходе решения задач. Определение равносильных неравенств. Доказательство неравенств. Решение текстовых задач с помощью	**Практическая работа:** построение моделей – неравенство как модель реальной ситуации. **Самостоятельное открытие**: методы доказательства неравенств. **Математическое соревнование** – решение задач разными методами.

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			линейных неравенств с одной переменной. Исследование линейного неравенства с одной переменной с параметром	**Исследовательская работа**: линейное неравенство с одной переменной с параметром
7	Прямоугольные треугольники	8	Теорема Пифагора и ее применение. Доказательство соотношений между пропорциональными отрезками в прямоугольном треугольнике. Применение соотношений при решении геометрических задач. Тригонометрические функции в прямоугольном треугольнике.	**Практикум** по решению практико-ориентированных задач. **Самостоятельное открытие:** что я знаю про прямоугольный треугольник? **Математическое соревнование** – решение задач разными методами
8	Функции	2	Поиск области определения и множества значений функции. График функции k/x. Функция вида $(ax + b)/(cx + d)$	**Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): исследование функций. **Самостоятельное открытие:** функция вида $(ax + b)/(cx + d)$
9	Числа и вычисления: делимость	4	Формулировка определения делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю. Выполнение деления с остатком. Доказательство и применение свойств сравнений по модулю. Нахождение остатков суммы и произведения по данному модулю	**Исследовательская работа:** делимость. **Самостоятельное открытие:** сравнение по модулю. **Проблемный практикум**: решение задач на поиск остатков суммы и произведения по модулю. **Математическое соревнование** – решение задач на делимость и сравнение по модулю
10.	Вписанные и описанные четырёхугольники	7	Вписанные и центральные углы. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные четырёхугольники. Взаимное расположение двух окружностей	**Практикум** по решению задач: от простого к сложному

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
11	Повторение, обобщение, систематизация	3	Выполнение исследовательской работы. Выполнение и защита проекта	**Исследовательская работа:** Четырехугольники и окружности **Проект**: Четырехугольники и окружности
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		**68**		

9 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
1	Уравнения и неравенства с параметром	6	Решение уравнений с параметром алгебраическим методом. Графический метод решения уравнений с параметром Графическая интерпретация решения уравнения с двумя переменными и систем уравнений с двумя переменными. Исследование систем нелинейных уравнений с параметром. Решение неравенств с двумя переменными и их систем	**Самостоятельное открытие**: решение уравнений с параметром. **Практикумы** по решению задач: от простого к сложному – дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром. **Исследовательские работы**: решение задач с параметрами – алгебраическим методом; графическим методом (в том числе с использованием «математических пакетов»)
2	Решение треугольников	6	Формулы приведения. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырехугольника. Соотношения между тригонометрическими функциями. Простейшие формулы приведения из геометрических соображений. Решение задач с использованием теорем косинусов и синусов, нахождение радиуса	**Практикумы** по решению задач. **Математическое соревнование** – решение геометрических/практико-ориентированных задач разными методами

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			описанной окружности	
3	Алгебраические выражения	10	Степень с рациональным показателем. Определение корня *n*-й степени и степени с рациональным показателем. Применение операции извлечения корня *n*-й степени, используя при необходимости калькулятор. Вычисление значения степени с рациональным показателем. Оценка значений корня *n*-й степени, значение степени с рациональным показателем целыми числами и десятичными дробями. Сравнение и упорядочивание рациональных и иррациональных чисел, записанных с помощью корня *n*-й степени, степени с рациональным показателем. Выполнение тождественных преобразований выражений, содержащих корень *n*-й степени, степень с рациональным показателем	**Практикум** по решению задач: от простого к сложному. **Математическое соревнование**
4	Отрезки в окружности	5	Теоремы о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной, теоремы Чевы и Менелая. Исследование, в том числе с помощью	**Самостоятельное открытие (**в том числе с использованием «математических пакетов»): Теоремы Чевы и Менелая. **Практикум** по решению задач. **Практикум** по построению динамических

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			цифровых ресурсов, изучаемых конфигураций. Применение данных теорем при решении геометрических задач. Знакомство с понятием гомотетии, с его применением, в том числе в практических ситуациях	моделей с помощью программных средств. **Исследовательская работа** с помощью программных средств: гомотетия и ее свойства
5	Функции	7	Понятие «функция». Применение свойств функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции при решении задач. Построение графиков функций с помощью преобразований вида: $f(x) \to f(x) + a; f(x) \to f(x + a); f(x) \to kf(x),$ $f(x) \to f(\lvert x \rvert), f(x) \to \lvert f(x) \rvert.$ Распознавание степенных функций и построение эскизов графиков степенных функций с натуральными показателями разной четности. Использование свойств графиков степенных функций с натуральными показателями при решении задач. Построение графиков функций $y = \sqrt{x}$,	**Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): Поведение функции и ее графика в зависимости от параметра. **Практикумы** по решению задач: построение графиков функций $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = \lvert x \rvert$; с помощью преобразований и проверка с использованием программных средств

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			$y = \sqrt[3]{x}$, $y = \| x \|$	
6	Векторы. Метод координат	9	Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент). Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах, исследование приложения метода координат в вычислительной математике и информатике	**Самостоятельное открытие:** как решить геометрическую задачу с помощью аппарата алгебры? **Исследовательская работа** (в том числе с использованием «математических пакетов»): решение практико-ориентированной геометрической задачи методом координат. **Математическое соревнование** – решение геометрических задач разными методами
7	Правильные многоугольники. Окружность и многоугольники.	6	Правильные многоугольники, вычисление их элементов Вычисление периметров и площадей сложных фигур, включающих элементы круга	**Самостоятельное открытие:** как найти периметр и площадь сложной фигуры? **Практикум** по решению задач повышенной сложности.
8	Числовые последовательности и прогрессии	9	Определение видов последовательностей: ограниченная последовательность, монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Представление бесконечных периодических дробей в виде обыкновенных. Знакомство с понятием сходимости последовательности, нахождение суммы	**Исследовательская работа**: поведение последовательностей – от гипотезы до доказательства. **Дискуссия на основе решения задач:** является ли ММИ универсальным? **Самостоятельное открытие:** ММИ – метод доказательства: сумма членов последовательности.

№ п/п	Наименование разделов и тем курса внеурочной деятельности	Количество часов	Программное содержание	Форма работы/характеристика деятельности обучающихся
			бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Применение метода математической индукции	**Практикум** по решению задач: доказательство неравенств и доказательство делимости ММИ
9	Движения плоскости	4	Центральная симметрия. Центрально-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос. Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в решении геометрических задач	**Исследовательская работа** (в том числе с использованием программных средств): композиция движений. **Самостоятельное открытие:** формулировка выводов о свойствах композиций движений. **Проект:** преобразования (движения) в искусстве
10	Повторение, обобщение, систематизация	6	Решение задач, иллюстрирующих связи между различными темами курса Повторение, обобщение, систематизация курса	**Проект:** «Преобразования в искусстве и архитектуре» **Итоговая конференция:** «Математика – это красиво»
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68		

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 379474022168086002138607700952051378484968243907

Владелец Василевская Светлана Павловна

Действителен С 15.09.2026 по 15.09.2027